NOVEMBER/DECEMBER 2024

CAMA15C/BAMA15C — MATHEMATICS – I

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Write the expansion of $(1+x)^{-2}$.

   $(1+x)^{-2}$ –ன் விரிவைக் காண்க.

2. If $|x|<1$ write down the expansion of $\{\log(1+x)\}^2$.

   $|x|<1$ எனில் $\{\log(1+x)\}^2$ ன் விரிவை எழுதுக.

3. Remove the fractional co-efficient from the equation $x^3+\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{8}x+\frac{1}{108}=0$.

   $x^3+\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{8}x+\frac{1}{108}=0$ என்ற சமன்பாட்டிலிருந்து, பின்ன குணகங்களை நீக்குக.

4. Determine completely the nature of the roots of the equation $x^5 - 6x^2 - 4x + 5 = 0$.

$x^5 - 6x^2 - 4x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிலிருந்து பின்ன குணகங்களை நீக்குக.

5. Define singular matrix with an example.

சிறப்பு அணியை சான்று தந்து வரையறு.

6. Give an example of unitary matrix.

ஒன்றூடான அணிக்கு சான்று தருக.

KUMARAGURU COLLEGE OF INDUSTRIES ARTS & SCIENCE LIBRARY

7. Write down the expansion of $\tan x$ interms of x.

$\tan x$-ன் விரிவாக்கத்தை x கொண்டு எழுதுக.

8. If $x = \cos\theta + i\sin\theta$, find the value of $x^n - \frac{1}{x^n}$.

$x = \cos\theta + i\sin\theta$ எனில் $x^n - \frac{1}{x^n}$ மதிப்பு காண்.

9. If $y = \frac{1}{(ax+b)^2}$, find y_n.

$y = \frac{1}{(ax+b)^2}$ எனில் y_n காண்க.

10. If $y = \log(ax+b)$ find y_n.

$y = \log(ax+b)$ எனில் y_n காண்க.

20. (a) Find the radius of curvature of the curve $xy^2 = a^3 - x^3$ at the point $(a, 0)$.

(b) Prove that the radius of curvature at a point $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ on the curve $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ is $3a\sin\theta\cos\theta$.

(அ) $xy^2 = a^3 - x^3$ என்ற வறைவரைக்கு என்ற புள்ளியில் வளைவு ஆரம் காண்க.

(ஆ) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ என்ற வளைவரைக்கு என்ற புள்ளியில் வளைவு ஆரம் $3a\sin\theta\cos\theta$ என நிரூபி.

17. If the sum of two roots of the equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + rx + s = 0$ equals the sum of the other two, prove that $p^3 + 8r = 4pq$.

$x^4 + px^3 + qx^2 + rx + rx + s = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரு தீர்வுகளின் கூடுதல் மற்ற இரு தீர்வுகளின் கூடுதலுக்குச் சமன் எனில் $p^3 + 8r = 4pq$ என நிரூபி.

18. Find the characteristic equation of the matrix A and hence $2A^3 - 3A^5 + A^4 - 4I$, where

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ ன் சிறப்பியல்பு சமன்பாட்டைக் கண்டுபிடிக்க. மேலும் அது $2A^3 - 3A^5 + A^4 - 4I$ ஐ நிறைவு செய்கிறது எனக் காண்க.

19. P.T.

$$\frac{\sin 9\theta}{\sin\theta} = 256\cos^8\theta - 448\cos^6\theta + 240\cos^4\theta - 49\cos^2\theta + 1$$

$$\frac{\sin 9\theta}{\sin\theta} = 256\cos^8\theta - 448\cos^6\theta + 240\cos^4\theta - 49\cos^2\theta + 1$$
என நிரூபி.

SHANMUGHA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Sum up to infinity : $\frac{5}{1!} + \frac{7}{3!} + \frac{9}{5!} + \ldots$

முடிவிலி வரை காட்டுக $\frac{5}{1!} + \frac{7}{3!} + \frac{9}{5!} + \ldots$

Or

(b) Find the coefficient of x^n in the expansion $(1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \cdots)^{-n}$.

$(1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \cdots)^{-n}$ ன் விரிவாக்கத்தில் கெழு x^n ஐக் காண்க.

12. (a) Change the sign of the root of the equation $x^5 + 6x^4 + 6x^3 - 7x^2 + 2x - 1 = 0$.

$x^5 + 6x^4 + 6x^3 - 7x^2 + 2x - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் குறியை மாற்றியமைக்க.

Or

(b) Find the number of positive real roots of the equation $x^7 - 3x^4 + 2x^3 - 1 = 0$.

$x^7 - 3x^4 + 2x^3 - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மிகை மெய் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை காண்க.

13. (a) Find the characteristic equation of the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் சிறப்பியல்பு சமன்பாட்டை காண்க.

Or

(b) Give an example of an orthogonal matrix obtains its determinant. Also show that its inverse is also orthogonal.

செங்குத்து அணிக்கு சான்று தருக. அதன் அணிக்கோவை மதிப்பு காண்க. மேலும் அதன் நேர்மாறும் ஒரு செங்குத்து அணியை எனக்காட்டுக.

14. (a) Prove that

$$\cos^7\theta = \frac{1}{64}[\cos 7\theta + 7\cos 5\theta + 21\cos 3\theta + 35\cos\theta]$$

$$\cos^7\theta = \frac{1}{64}[\cos 7\theta + 7\cos 5\theta + 21\cos 3\theta + 35\cos\theta]$$

என நிறுவுக.

Or

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

(b) Express $\frac{\sin 7\theta}{\sin\theta}$ in terms of $\cos\theta$.

$\frac{\sin 7\theta}{\sin\theta}$-ன் விரிவை $\cos\theta$-ன் அமைப்பில் எழுதுக.

15. (a) If $y = \frac{x^2}{(x-1)^2(x+2)}$ find.

$y = \frac{x^2}{(x-1)^2(x+2)}$ எனில் y_n காண்க.

Or

(b) If $y = \sin(m\sin^{-1}x)$ Prove that $(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$.

$y = \sin(m\sin^{-1}x)$ எனில் $(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$ என நிரூபி.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. S.T.

$$\log\sqrt{12} = 1 + \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2} + \left(\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3} + \ldots$$

$$\log\sqrt{12} = 1 + \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2} + \left(\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3} + \ldots$$

என காட்டு.